

## Heston Stochastic volatility モデル概略

モデルは、株価だけでなくボラティリティーも確率変動すると仮定し、ボラティリティーの SDE 確率微分方程式を

$$dV(t) = \kappa(\theta - V(t))dt + \varepsilon\sqrt{V(t)}dZ^V(t)$$

株価の SDE を

$$\frac{dX(t)}{X(t)} = (r(t) - div(t))dt + \lambda(t)\sqrt{V(t)}dZ^X(t)$$

で与えます。

そして、確率変動  $dZ^V(t)$  と  $dZ^X(t)$  の間に相関  $\langle dZ^V(t), dZ^X(t) \rangle = \rho dt$  があるとし  
ます。

ここで  $V(t)$  は stochastic volatility.  $\varepsilon$  (epsilon)は volatility of stochastic volatility で、これがオプション価格のストライクによるスマイルを決定。 $\theta$ は、stochastic volatility が長期的に収束する(mean revert)と考えられるボラティリティーのレベルを表すパラメーター。 $\rho$  (rho)は株価 Brownian motion と stochastic volatility Brownian motion.の相関係数。株価の場合通常ネガティブで、ボラティリティー-skew の強さを表します。 $\kappa$  (kappa)は、mean reversion のスピードを表すパラメーターで、stochastic volatility が長期ボラティリティー  $\theta$ までに収束する速さを表します。

モデルは、市場で観察されるボラティリティー期間構造（ストライクと期間ごとのボラティリティー）に合致するよう上記パラメーターを調整（カリブレーション）し、それを基にデリバティブ満期までシミュレーションを行い、理論価格を算出します。